ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Θεωρία Ορισμός 1 σελ. 81 από σχολικό βιβλίο

Α2. α) Σ πόρισμα σελ. 177 σχολικό βιβλίο

β) Σ σελ. 84 σχολικό βιβλίο

γ) Λ βλέπε ιδιότητα (ii) σελ. 235 σχολικό βιβλίο

δ) Σ σελ. 187 σχολικό βιβλίο

ε) Σ σελ. 243 σχολικό βιβλίο

Α3. α) $\int_{\alpha}^{\beta}\frac{1}{x}dx=\left[\ell n|x|\right]_{\alpha}^{\beta}=\ell n\beta-\ell n\alpha$ (β > α > 0)

β) $(gof)'(x) = g'(f(x)) \cdot f'(x)$

γ) $\int_{\alpha}^{\beta}c\,dx=\left[cx\right]_{\alpha}^{\beta}=c\beta-c\alpha=c(\beta-\alpha)$

ΘΕΜΑ Β

Β1. $\nu_1+\nu_2+\nu_3+\nu_4+\nu_5=\nu$

$6++4+\kappa+2\kappa+1=25 \Leftrightarrow \kappa+2\kappa=25-6-5-4-1 \Leftrightarrow 3\kappa=9 \Leftrightarrow \kappa=3$

Β2.

Ημερ. ώρες Διαβάσματος x_i	Μαθητές ν_i	Αθρ. Συχν. N_i	Σχετ. Συχνοτ. $F_i\%$	$x_i\,\nu_i$
1	6	6	24	6
2	5	11	20	10
3	4	15	16	12
4	3	18	12	12
5	7	25	28	35
Σύνολα	25		100	75

Β3. $\bar{x} = \dfrac{x_i v_i + x_2 v_2 + x_3 v_3 + x_4 v_4 + x_5 v_5}{v_1 + v_2 + v_3 + v_4 + v_5} = \dfrac{75}{25} = 3$ ώρες

ν=25 δηλαδή έχουμε περιττό αριθμό παρατηρήσεων άρα η διάμεσος ισούται με τη μεσαία παρατήρηση ($13^η$) Άρα δ= 3 ώρες

Β4. Το ποσοστό των μαθητών που διαβάζουν τουλάχιστον 3 ώρες θα είναι το άθροισμα των σχετικών συχνοτήτων των τιμών $x_3=3$, $x_4=4$, $x_5=5$ της μεταβλητής δηλαδή

f3% + f4% + f5% = 16% + 12% + 28% =56%

<u>ΘΕΜΑ Γ</u>

Γ1. $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 1^-}(\alpha x^2 + \beta x) = \alpha + \beta$

Γ2. $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 1^+} \dfrac{x-1}{\sqrt{x+3}-2} = \lim\limits_{x\to 1^+} \dfrac{(x-1)(\sqrt{x+3}+2)}{\cancel{\sqrt{x+3}}^{2}-2} = \lim\limits_{x\to 1^+} \dfrac{(x-1)(\sqrt{x+3}+2)}{x-1} = 4$

Γ3. $f(1) = \alpha \cdot 1^2 + \beta \cdot 1 = \alpha + \beta$

Για να είναι η f συνεχής στο $x_0 = 1$ πρέπει

$\lim\limits_{x\to 1^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = f(1) \Leftrightarrow \alpha + \beta = 4$ **(1)**

Αφού Α(-1,2) $\in C_f$ οι συντεταγμένες του Α επαληθεύουν την εξίσωση της συνάρτησης δηλαδή

$f(-1) = 2 \Leftrightarrow \alpha(-1)^2 + \beta(-1) = 2 \Leftrightarrow \alpha - \beta = 2$ **(2)**

Από **(1)** και **(2)** προκύπτει $\left.\begin{array}{l}\alpha + \beta = 4\\ \alpha - \beta = 2\end{array}\right\} \begin{array}{l}2\alpha = 6\\ \beta = \alpha - 2\end{array}\left.\right\} \begin{array}{l}\alpha = 3\\ \beta = 1\end{array}$

ΘΕΜΑ Δ

$f(x) = 3x^2 - 2x - 1$

Δ1. $F(x) = x^3 - x^2 - x + c$

και $F(0) = 1 \Leftrightarrow 0^3 - 0^2 - 0 + c = 1 \Leftrightarrow c = 1$

άρα $F(x) = x^3 - x^2 - x + 1$

Δ2. $F'(x) = 3x^2 - 2x - 1$

$F'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 2x - 1 = 0$

$\Delta = 4 - 4 \cdot 3\,(-1) = 16$

Άρα $x=1$ ή $x= -\frac{1}{3}$

$F'(x) > 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 2x - 1 > 0 \Leftrightarrow$

$x \in (-\infty, -\frac{1}{3}) \cup (1, +\infty)$

x	$-\infty$		$-\frac{1}{3}$		1		$+\infty$
$F'(x)$		+	0	-	0	+	
$F(x)$		↗		↘		↗	

- Αν $x \in (-\infty, -\frac{1}{3}]$ τότε F γνησίως αύξουσα
- Αν $x \in [-\frac{1}{3}, 1]$ τότε F γνησίως φθίνουσα
- Αν $x \in [1, +\infty)$ τότε F γνησίως αύξουσα

Για $x= -\frac{1}{3}$ η C_f παρουσιάζει τοπικό μέγιστο ίσο με $F(-\frac{1}{3}) = \frac{32}{27}$

Για $x= 1$ η C_f παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο ίσο με $F(1) = 0$

Δ3. Στο διάστημα $[1, +\infty)$ η F είναι γνησίως αύξουσα

άρα $2011<2012 \Leftrightarrow F(2011)< F(2012)$

Δ4. Για την $f(x) = 3x^2-2x-1$ στο διάστημα $[0,1]$ ισχύει $f(x) \leq 0$

$E(\Omega) = -\int_0^1 f(x)\,dx = -\int_0^1 (3x^2-2x-1)\,dx = -\left[x^3 - x^2 - x\right]_0^1 = -(1^3-1^2-1) + (0^3-0^2-0) = 1$ τ.μ.