**ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ Γ΄ΛΥΚΕΙΟΥ**

**ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ**

**ΘΕΜΑ Α**

**Α1**. θεωρία σελ. 31 από σχολικό βιβλίο

**Α2**. θεωρία σελ. 148 από σχολικό βιβλίο

**Α3**. • Αν  > 0 τότε CV = 

Βλέπε και ορισμό σελ. 96 από σχολικό βιβλίο

 • Αν  < 0 τότε CV = 

**Α4.** α) Λ β) Σ γ) Λ δ) Σ ε) Σ

**ΘΕΜΑ Β**

**Β1**. Από το ιστόγραμμα αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων προκύπτει ότι δ=25

**Β2.** Αφού F2 = 50% το πλήθος των παρατηρήσεων από [5,25) ισούται με το πλήθος των

παρατηρήσεων από [25,45)

δηλαδή ν1 + ν2 = ν3 + ν4   α + 4 +3α -6 = 2α + 8 + α – 2 α = 8 Άρα:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Κλάσεις | xi | νi | fi% | Ni | Fi% | xi νi  | (xi -)2 | (xi-)2· νi |
| [5,15) | 10 | 12 | 20 | 12 | 20 | 120 | 196 | 2352 |
| [15,25) | 20 | 18 | 30 | 30 | 50 | 360 | 16 | 288 |
| [25,35) | 30 | 24 | 40 | 54 | 90 | 720 | 36 | 864 |
| [35,45) | 40 | 6 | 10 | 60 | 100 | 240 | 256 | 1536 |
| Σύνολο |  | ν=60 | 100 |  |  | 1440 |  | 5040 |

**Β3**.  =  λεπτά

 S2= λεπτά

Άρα: S =  9,17 λεπτά

**B4**. Το ποσοστό των μαθητών που χρειάστηκαν τουλάχιστον 37 λεπτά να λύσουν το μαθηματικό πρόβλημα είναι 8% διότι:



**ΘΕΜΑ Γ**

**Γ1.** Έστω το ενδεχόμενο Α : « Ο μαθητής μαθαίνει Γαλλικά »

 Έστω το ενδεχόμενο Β : « Ο μαθητής μαθαίνει Ισπανικά »

 Ρ(Α) =  , Ρ(Β) =  Ρ(ΑΒ)= 

 Ρ (ΑΒ) = 

x🡒 -1

x🡒-1

x🡒 -1

=  Άρα Ρ(ΑΒ)=1

x🡒 -1

δηλαδή ΑΒ βέβαιο ενδεχόμενο

**Γ2**. Από τον προσθετικό νόμο : Ρ(ΑΒ) = Ρ(Α) + Ρ(Β) - Ρ(ΑΒ)

 

1=

**Απορρίπτεται ή ν=3 δεκτή**

Αφού από υπόθεση ν  3

Άρα Ρ(Α) =  , Ρ(Β) =  και Ρ(ΑΒ) = 

**Γ3**. (Α-Β) (Β-Α) = 0 (ασυμβίβαστα ενδεχόμενα)

Άρα εφαρμόζουμε απλό προσθετικό νόμο. Άρα:

Ρ((Α-Β)(Β-Α)) = Ρ(Α-Β) + Ρ(Β-Α) =

Ρ(Α) – Ρ(ΑΒ) + Ρ(Β) – Ρ(ΑΒ) =

Ρ(Α) + Ρ(Β) - 2 Ρ (ΑΒ) =



Άρα η πιθανότητα του ενδεχομένου ο μαθητής να μαθαίνει μία από τις δύο γλώσσες είναι 60 %.

**Γ4.** Από υπόθεση προκύπτει

Ν (ΑΒ)=32

Από τον κλασικό ορισμό της πιθανότητας:

Ρ (ΑΒ) = 

Άρα ο αριθμός των μαθητών της τάξης είναι 80.

**ΘΕΜΑ Δ**

f(x) =  , xє\*+

**Δ1**. Για να αποδείξω ότι η f είναι γνησίως φθίνουσα αρκεί να δείξω ότι f΄(x) < 0 για κάθε xє\*+

Ισχύει: f΄(x) =  =

 = 

Δηλαδή f΄(x) < 0 για κάθε xє\*+ - e

άρα f γνησίως φθίνουσα στο πεδίο ορισμού της.

**Δ2**.

(ΟΚΜΛ) = (ΟΚ)· (ΟΛ) = x · f(x)

Έστω Ε(x) = x · f(x)

 E(x) = x 

 E(x) = 1 + ℓn2x

 E΄(x) = 2 ℓnx(ℓnx)΄= 

Ε΄(x) = 0 

Ε΄(x) > 0 

 y

Λ(0,f(x)) Μ(x,f(x))

•

•

•

 0 🡐x🡒 κ(x),0 x

|  |  |
| --- | --- |
| x |  0 1 + |
| Ε΄(x) |  - 0 +  |
| Ε (x) |   |

Για x = 1 η συνάρτηση παρουσιάζει ελάχιστη τιμή ίση με f(1)= 

Άρα οι πλευρές του ορθογωνίου είναι ίσες και ίσες με 1 δηλαδή το ορθογώνιο είναι τετράγωνο.

**Δ3.** (ε) : y=λx+β (β10)

f΄(x) = -  άρα f΄(1) = - = -1

(ε) // (η)  λ= f΄(1) λ= -1

(όπου (η) η εφαπτομένη της Cf στο Σ(1 , f(1)) )

Ισχύει : = 10 , Sx = 2

y1= -xi + β άρα = -+β = -10 + β και Sx = Sy = 2

Πρέπει CVy  10% άρα :  20  

-10 + β  - 20 ή -10 + β  20

 Β  -10 ή β 30

**Δ4.** Ισχύει : ΑΒ Α  ΑΒ

 άρα Ρ(ΑΒ)  Ρ(Α)  Ρ(ΑΒ)

και αφού f γνησίως φθίνουσα στο (0,1]

 ισχύει f (Ρ(ΑΒ))  f (Ρ(Α))  f(Ρ(ΑΒ))

προσθέτοντας

κατά μέλη

δηλαδή f (Ρ(ΑΒ))  f(Ρ(ΑΒ))

και f (Ρ(Α))  f(Ρ(ΑΒ))

f (Ρ(ΑΒ)) + f (Ρ(Α))  2f(Ρ(ΑΒ))